

Pismeni dio ispita iz Matematike, 13. februar 2012.

GRUPA A

1. Dat je kompleksni broj $z = 1 + \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$. Izračunati brojeve $w = z^6$ i $u = \sqrt[3]{w}$ i prikazati ih u algebarskom obliku.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x^3 + 4}{(x+1)^3}$.
3. Izračunati integral $\int \cos^6 x dx$.
4. Naći uslovne ekstreme funkcije $z = (x - y)^4$, ako je $x^2 + y^2 = 2$.

GRUPA B

1. Diskutovati rang matrice $A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & -3 & 1 \\ a^2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 9 & 9 & a^2 & 3 \end{bmatrix}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = (x-1)e^{\frac{1}{x-3}}$.
3. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(x^3 + y^3)dx - 3xy^2dy = 0$.

GRUPA C

1. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra λ :
$$\begin{aligned} \lambda x + y + z + t &= 1 \\ x + \lambda y + z + t &= \lambda \\ x + y + \lambda z + t &= \lambda^2 \\ x + y + z + \lambda t &= \lambda^3. \end{aligned}$$
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x-1}{(x^2 - 2x + 4)^2}$.
3. Izračunati površinu figure u ravni koja je određena linijama $y = \frac{1}{1+x^2}$ i $y = \frac{x^2}{2}$.
4. Riješiti diferencijalnu jednačinu $(x - y - 1)dx + (4y + x - 1)dy = 0$.

GRUPA D

1. Izračunati vrijednost determinante $D = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 0 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 7 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & 5 & -5 \\ 2 & 0 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.
2. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{\ln x - 2}{2x}$.
3. Izračunati integral $I = \int_1^e \sin(\ln x) dx$.
4. Naći ekstreme funkcije $z = x^3 + 4x^2y + xy^2 - 12xy - 3y^2$.